CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES

SESSION DE 1999

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Classe terminale S)

DURÉE : 5 heures

La calculatrice de poche est autorisée.

La clarté et la précision de la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Les cinq exercices sont indépendants.

Exercice I

Quel est le volume maximum d'un cylindre, ayant même axe de révolution qu'un cône donné et intérieur à ce cône ?

Quel est le volume maximum d'une boule, centrée sur cet axe et intérieure au cône ?

Comparer les deux maximums trouvés.

Exercice II

Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation en n :

$$(n+3)^n = \sum_{k=3}^{n+2} k^n .$$

Tournez la page S.V.P.

Exercice III

Pour quels triangles aux angles tous aigus le quotient du plus petit côté par le rayon du cercle inscrit est-il maximum ?

Exercice IV

Sur une table trônent 1 999 bonbons rouges et 6 661 bonbons jaunes rendus indiscernables par des emballages uniformes. Un gourmand applique jusqu'à épuisement du stock l'algorithme ci-dessous :

a. s'il reste des bonbons, il en tire un au hasard, note sa couleur, le mange et va en *b*. ;

b. s'il reste des bonbons, il en tire un au hasard et note sa couleur :

- si elle est la même que celle du dernier bonbon avalé, il le mange et retourne en *b*.,
- sinon, il le remmaillote, le pose et retourne en *a*.

Montrer que tous les bonbons seront mangés et donner la probabilité pour que le dernier bonbon mangé soit rouge.

Exercice V

Montrer que les symétriques de chaque sommet d'un triangle par rapport au côté opposé sont alignés si, et seulement si, la distance de l'orthocentre au centre du cercle circonscrit est égale à son diamètre.